

Developing creativity in math class through the use of digital learning tools

Entwicklung von Kreativität im Mathematikunterricht mittels digitaler Werkzeuge

Viktoria Simidova

Technical University of Sofia

Sofia, Bulgaria, e-mail: viktoria.simidova@fdiba.tu-sofia.bg

Abstract — The place of creativity in mathematics and the role of divergent thinking in traditional mathematics education can be described as controversial. The development of creative thinking and action in problem solving through the use of digital tools is explored in the following article. The aim of this work is to discuss the question of the effect of digital technologies on the entire learning process and on the student's creative approach to mathematical education. Firstly, an overview of creativity, the different thinking styles and creativity methods is given. Furthermore, the article focuses on the process of creativity and the learning process. In the second part is presented a comparative analysis of expert opinions on the topic „The role of creativity in mathematics and mathematics teaching“. The last chapter focuses on digitalization: the visualization and some mathematical learning tools.

Zusammenfassung — Das Thema über die Position der Kreativität in der Mathematik und die Rolle des divergenten Denkens im Rahmen des traditionellen Mathematikunterrichts kann als kontrovers bezeichnet werden. Die Entwicklung des schöpferischen Denkens und Handelns bei dem Problemlösen mithilfe digitaler Werkzeuge wird in dem folgenden Artikel untersucht. Das Ziel dieser Arbeit ist die Frage über die Wirkung der digitalen Technologien auf den gesamten Lernprozess sowie auf die kreative Auseinandersetzung der Studierenden mit mathematischen Lerninhalten zu diskutieren. Zunächst wird ein Überblick über die Kreativität, die verschiedenen Denkstile und die Kreativitätsmethoden gegeben. Weiterhin konzentriert sich der Artikel auf den Kreativitäts- und den Lernprozess. Im zweiten Teil wird eine vergleichende Analyse von Expertenmeinungen zum Thema „Die Rolle der Kreativität in der Mathematik und im Mathematikunterricht“ dargestellt. Im Fokus des letzten Kapitels steht die Digitalisierung: die Visualisierung und die mathematischen Werkzeuge.

I. EINFÜHRUNG

Die Mehrheit der Studierenden hat Angst vor Mathematik, weil sie das Fach als komplex und zu arbeitsintensiv empfindet. Im Laufe des Studiums verliert sie die Motivation fürs Lernen. Das ist nicht nur auf den Lerndruck und den Zeitmangel während des Semesters zurückzuführen, sondern auch auf ihre Unfähigkeit, Probleme auf eine andere, unkonventionelle Weise zu lösen. Mittels der Förderung einer neuen und individuellen Auseinandersetzung mit dem Lernstoff durch den Einsatz digitaler Technologien, können die Studierenden ein Gespür für das Fach sowie ihre technischen Kompetenzen und kognitiven Eigenschaften entwickeln. Diese moderne Arbeitsweise schafft die Möglichkeit, kreativ zu sein und sogar Spaß im Matheunterricht zu haben.

Die COVID-Pandemie hat den Prozess von der Digitalisierung der Lehrveranstaltungen beschleunigt und den Einsatz von modernen Lern Techniken stimuliert. Das enorme Potenzial der Technologie findet schrittweise Anwendung in dem traditionellen Lernprozess. Der Einsatz von digitalen Medien stößt auf viele Schwierigkeiten, aber erstellt zahlreiche Möglichkeiten für einen besseren Unterricht.

II. KREATIVITÄT UND PROBLEMBEWUSSTSEIN ENTWICKELN

A. Kreativität: Definition, Arten, Bedingungen

Mit dem Begriff Kreativität (lat. *creare*) bezeichnet man die Fähigkeit, etwas zu erschaffen, etwas Neues, Nützliches zu schöpfen, zu erfinden, herzustellen. Es existieren unterschiedliche Ansätze wie sie entsteht. Sie bezeichnet die menschliche Eigenschaft, gestalterisch zu denken und zu handeln. Man kann zwischen zwei Arten von Kreativität unterscheiden: im alltäglichen (*creativity*) und im außergewöhnlichen Sinne (*Creativity*). Die letzte betrifft die schöpferische Fähigkeit auf der Ebene der Genies, während die erste sich bei vielen Tätigkeiten im Alltag zu betrachten ist. [1]

Nach dem utilitaristischen Ansatz wird die Kreativität als ein Mittel zum Zweck wahrgenommen. Ulmann kommentiert es folgendermaßen: „Übereinstimmend wird festgestellt, das kreative Produkt müsse „neu“ sein, aber diesem notwendigen Kriterium „neu“ muss ein hinreichendes Kriterium hinzugefügt werden: Das kreative Produkt muss auch nützlich, befriedigend, wertvoll bzw. angemessen sein.“. (Ulmann 1973, S. 14)

Die Bedingungen für Kreativität werden in der amerikanischen Kreativitätsforschung nach den vier Ps eingeteilt: Person (Person), Prozess (Process), Produkt (Product) und Umwelt (Press).

B. Denkstile

Im kreativen Prozess werden das divergente und das konvergente Denken eingesetzt. Man spricht von dem divergenten Denken, wenn originelle (oder optimierte alte) Ideen und Lösungen generiert werden. Das konvergente (reproduktive) Denken bedeutet genau zu analysieren, indem man vorhandenes Wissen nutzt und Aufgaben systematisch und logisch löst. Es wird bei der Lösung von mathematischen und betriebswirtschaftlichen Aufgaben verwendet. [2]

C. Kreativitätstechniken und Kreativitätsprozess

Trotz der kontroversen Diskussionen in der Kreativitätsforschung in Bezug auf die Rolle der beiden komplementären Denkstile für die Förderung der schöpferischen Fähigkeit, muss man an dieser Stelle betonen, dass sie die Grundlage für viele Kreativitätstechniken und Kreativitätsprozessmodelle sind. Formalisierte Kreativitätsmethoden sind das Brainstorming, der Perspektivenwechsel, die grundlegenden Visualisierungsmethoden, Methoden der Bildtechnik, Methoden für Erkennung der Problemfelder. Sie stellen die Schritte zur Ideensuche und zu der Entwicklung der Lösung dar und erleichtern die Problemanalyse.

Der Kreativitätsprozess besitzt die folgende Unterteilung: Problemidentifikation (Erkennen von Problemen), Vorbereitungsphase (Sammlung von die nützlichen Informationen), Generierungsphase (Entwicklung von möglichen Lösungen) und Beurteilungsphase (Analyse der Ergebnisse). In jeder Phase können verschiedene Kreativitätstechniken eingesetzt werden. [3]

D. Lernprozess und Kreativität

Um die Position der Kreativität im Lernprozess hervorzuheben, befasst sich das folgende Kapitel mit der Pyramide des Lernens nach der Taxonomie kognitiver Lernziele nach Bloom. Auf ihrer Spitze steht das Erschaffen, indem man neue und originelle Werke erstellt. Die letzte Stufe des Lernprozesses kann nur dann erreicht werden, wenn man die vorigen aufeinander aufbauender Stufen bzw. die Grundlagen gemeistert hat. Der Lernende sollte über bestimmte Kenntnissen verfügen, um kreativ zu schaffen. Damit man eine Information in unbekanntem Aufgaben anwenden kann, sollte man zuerst Fakten, Methoden und Theorien wissen und die Zusammenhänge dazwischen verstehen. Das Verständnis der Bedeutung eines Konzeptes ermöglicht seine Transformation, Interpretation und Erkennung in konkreten Situationen. Eine besondere Rolle spielt die Analysefähigkeit. Das Wesentliche aus der Problemstellung in kurzer Zeit herauszustellen und präzise zu formulieren, dient als eine hochwertige Kompetenz. Erst nach dem Analysieren kommt die kreative Kombination von der gelernten Information, die noch als Synthese bezeichnet wird. Zu synthetisieren bedeutet etwas Einzigartiges herzustellen, eine Folge abstrakter Beziehungen abzuleiten. Als passendes Beispiel im mathematischen Sinne gilt die Fähigkeit, Entdeckungen und Verallgemeinerungen aufgrund vorhandener Datenbestände zu machen sowie angesichts neuer Faktoren bestimmte Hypothesen zu modifizieren. [4]

III. VERGLEICHENDE ANALYSE VON EXPERTENMEINUNGEN ZUM THEMA „DIE ROLLE DER KREATIVITÄT IN DER MATHEMATIK UND IM MATHEUNTERRICHT“

A. Mathematik

Die Mathematik (altgr. *μαθηματικὴ τέχνη*, „die Kunst des Lernens“) ist eine der ältesten Wissenschaften. Die Frage über

ihre Kategorisierung ist kontrovers: sie gilt weder als Natur-, noch als Geisteswissenschaft. Gemeinsam mit der Informatik zählt sie sich zu den Formalwissenschaften. Kennzeichnend für die Mathematik ist die Orientierung an der Aufgabenstellung des „rein logischen Beweisens“. [5]

B. These von J. P. Guilford

Joy Paul Guilford (1897 – 1987) ist ein amerikanischer Psychologe, der den Grundstein für die moderne Kreativitätsforschung legte. Die Gruppe von dem Intelligenzforscher vertritt in ihre Arbeit die folgende These: das konvergente Denken, welches als Grundlage von der Mathematik beschrieben wird, ist das Gegenteil von der Kreativität. Diese Behauptung lässt sich dadurch begründen, dass es nichts Neues und Außergewöhnliches dabei erfunden wird. Die Tatsache, dass es zielgerichtet nur auf genau eine Lösung logisch zusteuert, bekräftigt seine These. Im Gegensatz dazu gilt das divergente Denken als eines der bedeutendsten Kriterien für die Erzeugung von unkonventionellen Lösungsverfahren. Das hat zur Folge, dass es als Synonym für Kreativität verwendet wird. [2]

<i>Konvergentes Denken</i>	<i>Divergentes Denken</i>
Genaue Lösung	Mehrere Lösungsmöglichkeiten
Klares Problem	Unklare Problemstellung

Die folgende Tabelle veranschaulicht die Behauptung des Forschers.

C. These von A. S. Steinweg und T. Weth

Prof. Dr. Anna Susanne Steinweg und Prof. Dr. Thomas Weth stellen die Gegenthese auf, dass die Kreativität durch einen prozess- oder produktorientierten Ansatz in den Unterricht integriert werden kann.

Laut T. Weth lässt sich die Kreativität im Lernprozess als etwas Erlernbares und Praktizierbares bezeichnen. Der produktorientierte Ansatz bezieht sich auf ein kreatives Produkt oder eine originelle Idee. Im Rahmen des Matheunterrichts gilt ein Produkt als kreativ, wenn es rein mathematisch bewiesen ist, aber für die Lernenden subjektiv neu oder unerforscht ist. Die Idee oder das Problem dienen als Ausgangspunkt zum Lösen eines Problems. Der Autor führt als Beispiel die Manipulationen bekannter Definitionen in Form von einer Spezialisierung oder einer Modifikation an.

Aus diesem Ausgangspunkt kann der kreative Prozess anfangen, bei dem zuerst die Idee dokumentiert wird, damit später angesichts des Problems versucht wird, einen Bezug zu Bekannten herzustellen. Dieser Prozess leistet einen Beitrag zum kreativen Handeln im Matheunterricht. (vgl. Weth 1999) und (vgl. Weth 2001).

Für Steinweg und Klein ist die Dynamik der Mathematik dann kreativ, wenn sie von der Suche nach Mustern und Strukturen geprägt ist. Die Kreativität im Matheunterricht ist möglich, aber nur wenn die Studierenden sich in einer individuellen Weise mit dem Problem auseinandersetzen und eigene Lösungen entwickeln. Der Vorschlag der Autorin betrifft die Anwendung von Zahlenmauern, in denen nur der Zielstein vorgegeben ist. (vgl. Steinweg/Klein 2001) [6]

D. These von C. Hesse

Prof. Dr. Christian Hesse behauptet, dass erst nach der Beherrschung von den grundsätzlichen Konzepten und Sätzen der freie und kreative Umgang mit dem Lernstoff möglich ist.

...*“Mathematik ist extrem kreativ. Sie hat weit weniger mit Rechnen zu tun, als oft gedacht, dafür viel mehr mit Ideen, die langes Herumrechnen größtenteils überflüssig machen.”* [7]

Die Formalwissenschaften untersuchen mittels der Logik selbstgeschaffene Konstrukte auf ihre Eigenschaften. Prof. Hesse beschreibt die Konstrukte als Gedankengebäude. Der Prozess von Gewinnung von Erkenntnissen durch den mathematischen Beweis basiert auf der Entwicklung neuer Wahrheiten mittels der Verwendung logischer Schlussfolgerungen aus den Axiomen. Der Mathematiker kommt zu dem Schluss, dass um die Komplexität dieser Wissenschaft zu verstehen, soll man über die notwendige Kompetenz verfügen. Nach seiner Expertenmeinung ist der Nachholbedarf von großer Bedeutung für den Lehrprozess. Er begründet das damit, dass der Matheunterricht an den Schulen und Universitäten nicht richtig organisiert ist. [5], [7]

- **Problembewusstsein entwickeln**

Laut dem Zitat von dem Professor für Kultursoziologie an der Albert-Ludwigs-Universität Freiburg:

...*“Kreativität ist gleichbedeutend mit problemorientierten Handeln.”* (Bröckling 2007: S. 162)

Das Ziel der traditionellen Lehrveranstaltungen betrifft nicht das Thema über die Stimulierung der mathematischen Kreativität. Daraus folgt, dass die Studenten Beweise auswendig lernen und sich oberflächlich mit dem Lernstoff beschäftigen. Wegen des Zeitbedarfs ist die mathematische Triade Rechnen-Theoriebildung-Problemlösen nicht erfüllt. Viele Mathematiker erkennen die Ursache für den Mangel an Kreativität auf Seite der Studenten in das unentwickelte Problembewusstsein. Sie lehren am meistens Theorien, aus denen Problemstellungen als Beispiele für die Anwendung der mathematischen Konzepte gegeben werden. Diese Fähigkeit kann durch die Umkehrung des Prozesses gefördert werden. Anstatt der klassischen Herangehensweise, würde es besser, falls das Problem zuerst gestellt wird und dann auf Basis der gesammelten Erkenntnisse die möglichen Lösungswege generiert werden. Die intellektuelle Anstrengung und aktive Beschäftigung mit dem Problem steigern die Neugier und haben eine positive Wirkung auf den gesamten Lernprozess, sowie erstellen die Möglichkeit mathematisch kreativ zu sein. [8]

IV. KREATIVITÄT IM MATHEMATIKUNTERRICHT DURCH DIE VERWENDUNG VON TECHNOLOGIEN

A. Digitalisierung des Lernprozesses

Laut der Definition von UNESCO über die Kreativität:

...*“Heutzutage ist anerkannt, dass Kreativität eine ‚universelle Funktion‘ ist, die in jedem Menschen schlummert, dann ist es Aufgabe der Bildung, diese Funktion in Gang zu setzen.”*

Angesichts der Analyse der Ergebnisse aus dem Vergleich von den Expertenmeinungen kann ich das Fazit ziehen, dass

die Kreativität im Matheunterricht vollständig gefördert bzw. entwickelt werden kann. Durch die Digitalisierung kann das volle Potenzial des Studierenden ausgeschöpft werden. Dabei handelt es sich um die ganzheitliche Bildung (engl. *holistic education*), die ausgehend von der Reformpädagogik das Lernen mit allen Sinnen, Lernen mit Verstand, Gemüt und Körper ist. Die Ganzheitlichkeit orientiert sich am individuellen Lernprozess und an der Persönlichkeit des Lernenden. [9]

Das digitale Lernen wird noch als ganzheitliches Lernen bezeichnet. Es trägt zur Transformation der Lehrveranstaltungen und Veränderung des gesamten Lernprozesses bei. Das Ziel der Ausbildung sollte nicht mehr an den maximalen Wissenserwerb gerichtet werden. Es sollte sich auf die Vorbereitung der jungen Menschen auf das Leben von morgen konzentrieren, d. h. die Entwicklung von den Kompetenzen in Bezug auf den Erwerb, die Nutzung und die Präsentation von Wissensinhalten fördern. Ein Vorteil dieses Lernformats ist die persönliche Gestaltung des Lernensmithilfe des Feedbacks der Lehrer.

In der heutigen Arbeitswelt werden Fähigkeiten vom Einzelnen verlangt, die in vier Dimensionen eingeteilt werden können. Zuerst soll man über relevante Wissensinhalte verfügen. Die zweite Dimension beschäftigt sich mit den notwendigen für den Umgang mit Information Kompetenzen: Kreativität, kritisches Denken, Kommunikation und Kollaboration. Diese Kompetenzen ermöglichen die Integration digitaler Medien in dem Unterricht. Eine weitere Dimension hebt die Bedeutung der Charaktereigenschaften wie Toleranz und Flexibilität hervor. Der letzte Typ von Fähigkeiten stellt das Vermögen vor, sich kritisch und selbstreflexiv mit dem eigenen Handeln auseinanderzusetzen. [10], [11]

B. Visualisierung

Der Mensch ist ein visuelles Lebewesen, das Muster erkennen, analysieren und verarbeiten kann. Der Begriff *“Visualisierung”* kann den Vorgang des Visualisierens bezeichnen - *“Visualisierung als Prozess”* sowie die Ergebnisse dieses Prozesses - *“Visualisierung als Produkt”*. Die Visualisierung hat viele Formen: Bilder, Skizzen, Zeichnungen, Diagramme, die im Kopf, auf Papier oder auf einem Computer angezeigt werden.

Im Rahmen des Unterrichts bezeichnet der flexible und dynamische Umgang mit ikonischen Darstellungen die Auseinandersetzung mit dem Lernstoff durch Visualisierung. Die Digitalisierung verändert den Lernprozess und schafft einen Freiraum für kreatives Tun und Denken durch die Nutzung innovativer Darstellungsmöglichkeiten. [12]

Die graphischen Darstellungen dienen als ein bedeutendes Hilfsmittel des mathematischen Problemlösens. Durch die Visualisierung kann man neues Wissen aneignen und es mit dem Vorwissen verbinden. Die Visualisierung zeigt die mathematische Struktur, die man für die Aufgabe braucht.

Nach den Ergebnissen von Studien zur Effektivität des mathematischen Lernens hat der Einsatz von einer Lernsoftware eine positive Auswirkung auf die Leistung der Schüler bei dem Erwerb mathematischer Kenntnisse während

des Schuljahres sowie bei der Abschlussprüfung. Der interaktive Unterricht erhöht das Interesse der Lernenden und fördert ihre aktive Teilnahme. Die mathematische Software beeinflusst das Verständnis von Konzepten und das "Lernen durch Handeln". Die Studierenden können sich den Zusammenhang zwischen den mathematischen Objekten schneller merken. [13]

C. Digitale Mathematikwerkzeuge

Mit dem Begriff digitale Mathematikwerkzeuge bezeichnet man sowohl allgemeine Medien zur Kommunikation und Präsentation, als auch mathematische Softwares. Diese Programme fördern den entdeckenden Umgang mit den Lerninhalten und erleichtern den Prozess von der Mustererkennung und dem Lösen eines konkreten Problems. Sie ermöglichen die schnelle Überprüfung der Ergebnisse und die Übung von dem Lernstoff. Diese Art von digitalen Technologien gilt als ein wichtiges Werkzeug zum Lernen im Matheunterricht.

...*"Mathematical technologies, such as spreadsheets, Computer Algebra Systems, Dynamic Geometry, applets, etc., enable teachers and students to investigate mathematical objects and connections using different mathematical representations, and to solve mathematical problems (Zbiek et al., 2007)."* (Drijvers et al., 2016, S. 2)

- **Computer-Algebra-System:** Diese Technologie beschäftigt sich mit dem symbolischen Lösen von Gleichungen und der Bestimmung von Ableitungen von Funktionen. (vgl. Pallack, 2018). Im Bereich der schulischen Bildung verfügt CAS über die folgenden Teilfunktionalitäten: Erweitern, Faktorisieren und das unmittelbare Lösen von Gleichungen (Barzel, 2012). [14]
- **Dynamische-Geometrie-Systeme:** DGS sind ein digitales Mathematikwerkzeug, womit man elementare geometrische Objekte (Punkte, Strahlen und Geraden) zeichnen kann und darauf aufbauend weitere Figuren konstruieren. Sie ermöglichen auch die Verwendung von geometrischen Abbildungen (Verschiebungen, Drehungen und Spiegelungen) für Konstruktionen. [14]

Digitale Technologie wie GeoGebra oder Casio ClassPad, die graphischen, symbolischen oder tabellarischen Darstellungsmöglichkeiten besitzen, tragen zur Unterstützung der kognitiven Fähigkeiten bei und verändern nicht nur den Lernprozess, sondern auch die Denkweise der Lernenden. [12]

Die digitalen Lehr- und Lernmethoden konzentrieren sich auf die Vorbereitung der Studierenden auf das (Berufs-)Leben in Bezug auf die Entwicklung von den notwendigen digitalen und mathematischen Kompetenzen sowie von dem Problembewusstsein, die Förderung des schöpferischen Denkens und Handelns und die Aneignung von relevanten und praxisnahen Kenntnissen in einer effektiveren und effizienteren Weise. Die neue Art von Lernformaten ermöglicht die ganzheitliche Bildung und die vollständige Entfaltung des Potenzials der jungen Menschen.

Digitale Werkzeuge sind zu einem wichtigen Teil des Mathematikunterrichts geworden. In naher Zukunft werden auch neue Technologien wie Künstliche Intelligenz oder Virtual Reality an dem Lernprozess eingesetzt. Damit es möglich ist, die Kreativität der Studierenden hervorzubringen, soll eine Neugestaltung des Unterrichts und der Lernmaterialien durchgeführt werden und in die digitale Infrastruktur an der Schule oder an der Universität investiert werden.

ACKNOWLEDGMENT

Zuerst gebührt mein Dank Frau Doz. Dr. M. Krumova, die meine Arbeit betreut hat. Bedanken möchte ich mich auch bei Doz. Dr. E. Varbanova für die interessanten und nützlichen Ideen, die Hilfsmittel und die Hilfsbereitschaft.

REFERENCES

- [1] <https://de.wikipedia.org/wiki/Kreativit%C3%A4t>
- [2] P. Hüttebräuker, "J.P.Guilford: Kreativität und Messung von Kreativität – die Ursprünge der modernen Kreativitätsforschung" in <https://innovators-guide.ch/category/blogroll/>, Dezember 2012.
- [3] M. G. Möhrle, "Kreativität" in <https://wirtschaftslexikon.gabler.de/>.
- [4] B. S. Bloom, "Taxonomie von Lernzielen im kognitiven Bereich", [Weinheim und Basel, S. 200, 1976].
- [5] <https://de.wikipedia.org/wiki/Mathematik>
- [6] L. Schröder, "Kreativität in der Grundschule" in <https://www.uni-siegen.de/start/>, 2021.
- [7] T. Geiling, A. Michel, "Mathematik ist extrem kreativ" in <https://www.suedkurier.de/>, März 2016.
- [8] D. Grieser, "Mathematisches Problemlösen und Beweisen: Ein neues Konzept in der Studiengangsphase" in <https://cutt.ly/0MZobff>.
- [9] [https://de.wikipedia.org/wiki/Ganzheitlichkeit_\(P%C3%A4dagogik\)](https://de.wikipedia.org/wiki/Ganzheitlichkeit_(P%C3%A4dagogik))
- [10] O. Köstler-Ehling, R. Heinen, "Weit über den Bildschirm hinaus: Digitales ist ganzheitliches Lernen" in <https://cutt.ly/iMZAed7>, 2019.
- [11] Fadel, Bialik und Trilling "Four dimensional education. fe competencies learners need to succeed", 2015.
- [12] H. Heugl, "Visualisierung mit Technologie – Chancen und Gefahren" in Schriftenreihe zur Didaktik der Mathematik der Österreichischen Mathematischen Gesellschaft (ÖMG), Heft 52, S. 49 – 66.
- [13] S. Tiwari, D. Obradovic, L. Rathour, L. Mishra, V. Mishra, "Visualisation in mathematics teaching" in Journal of Advances in Mathematics Vol 21, 2021.
- [14] B. Barzel, M. Klinger, "Digitale Mathematikwerkzeuge".